المجموعات المرتبة جزئياً:

تمرين 1 لتكن: $S=\{2,3,4,6,8,9,12\}$

$x R y \Leftrightarrow x$ قاسم لـ y

أثبت أنه R علاقة ترتيب جزئي

الحل: (1) انعكاسية: $\forall x \in S : x R x$

محققة حيث كل عنصر من S قاسم لنفسه

(2) تخالفية: $\forall x,y \in S ; x R y , y R x$

$y = m x , x = n y$

$y = m.n.y \Rightarrow m.n = 1 \Rightarrow m = n = 1$

(3) متعدية: $\forall x, y, z \in S , x R y , y R z$

$\Rightarrow x R z$

$x = n y , y = m z \Rightarrow x = (n.m) z \Rightarrow x R z$ محققة

أي أنه R علاقة ترتيب جزئي

مخطط هاسل:

تمرين 2 لتكن $M=\{2,3,4,6,8,10\}$ مع علاقة الترتيب قابلية القسمة

بين أي منها العنصر الأصغر والعنصر الأعظم، العنصر الأصغري والعنصر الأعظمي

الحل العنصر الأصغر: لا يوجد عنصر يقسم جميع الأعداد

" الأكبر: لا يوجد عنصر يُقسَم على جميع الأعداد

" الأصغري: $\{2,3\}$ لا يوجد عنصر قبلهم يقسمونه

" الأعظمي: $\{6,8,10\}$ لا يوجد عدد بعدهم يقسمونه

ملاحظة: إذا حذفنا العدد 6 من المجموعة M فإن العدد 3 هو عنصر أعظمي و أصغري بآن معاً

تمرين 3

$N=\{2,4,8,16\}$

مع علاقة الترتيب قابلية القسمة أوجد العنصر الأصغر والعنصر الأعظم
و العنصر الأصغري والعنصر الأعظمي

الحل: العنصر الأصغر: 2 ولذلك هو العنصر الأصغري
" الأعظم: 16 " " " الأعظمي

تمرين 4

$E=\{2,3,4,9\}$

مرتبة جزئياً بعلاقة القسمة، أوجد العنصر الأصغري والأعظمي

الحل: العنصر الأصغري: $(2,3)$
" الأعظمي $(4,9)$

تمرين 5 ارسم مخطط هاس للمجموعة

$S=\{1,2,3,\ldots,12\}$

x يقسم $y \Leftrightarrow xRy$

تمرين 6 ارسم مخطط هاس للمجموعة

$\{1,2,3,4,5\}$

$x\geq y \Leftrightarrow xRy$

تمرين 7 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة وايها لا يمثل

a) يمثل شبكة

b) يمثل شبكة

c) يمثل شبكة

d) تمثل شبكة

e) ليست شبكة لان:

$\inf(y, w) = x$

$\inf(y, w) = z$ } $x \neq z$

f) ليست شبكة لأن $\sup(b, c)$ غير موجود

تمرين 8 بين اي من المخططات التالية يمثل شبكة واي منها لا يمثل

1) ليست شبكة لأنه $\sup\{f, d\}$ غير موجود

2) ليست شبكة لانه

$\sup\{b, c\} = d$

$\sup\{b, c\} = e$ } $d \neq e$

3) ليست شبكة $a \wedge b$ غير موجود

4) ليس شبكة لأنه $b \wedge c$ غير موجود

تمرين 9 ليكن لدينا المخطط التالي:

أوجد:

- $f \vee a = e$, $f \wedge e = e$
- $b \wedge g = a$
- $d \wedge b = a$
- $d \vee b = e$

- $a \vee (b \wedge e) = a \vee e = e$, $a \wedge (b \wedge c) = a \wedge a = a$
- $d \vee g = f$, $a \wedge (b \vee c) = a \wedge e = a$
- $a \vee (b \wedge c) = a \vee a = a$

تمرين 10 لنعتبر مخطط هاس التالي:

أوجد inf و sup المجموعات التالية

- $\{d, e, f\}$: sup = g
  inf =
- $\{a, c, f\}$: sup = f
  inf = a
- $\{a, b\}$: sup = c
  inf = غير موجود
- $\{g, d, f\}$ sup = g
  inf = e